

**Α΄ Γυμνασίου, Μέρος Α΄: Αριθμητική – Άλγεβρα,
Κεφάλαιο 4 - Εξισώσεις και προβλήματα**

Κεφάλαιο 4: Εξισώσεις και προβλήματα

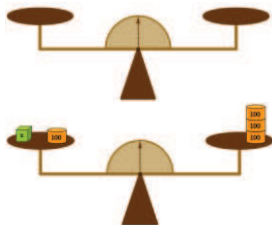
A.4.1. Η έννοια της εξίσωσης. Οι εξισώσεις: $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha x = \beta$, $\alpha : x = \beta$ και $x : \alpha = \beta$



Εικόνα από αγγείο του 6ου αιώνα π.Χ. (Νέα Υόρκη, Μητροπολιτικό Μουσείο).



Μία εξίσωση είναι σαν ένας ζυγός διότι δείχνει ότι δύο ποσότητες είναι ίσες.



Εξίσωση με έναν άγνωστο $x + 100 = 300$



Η εξίσωση περιλαμβάνει δύο ίσα μέρη, τα οποία λέγονται μέλη της εξίσωσης. Στην εξίσωση έχουμε δύο μέλη. Το πρώτο και το δεύτερο μέλος:

$$x + 100 = 300$$

Πρώτο μέλος	Δεύτερο μέλος
-------------	---------------



Για να λύσετε μία εξίσωση που περιλαμβάνει μία μεταβλητή, βρίσκετε την τιμή (ή τις τιμές) της μεταβλητής που επαληθεύει την ισότητα.



Λύση ή ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

1. Δραστηριότητα

Προσπαθήστε να γράψετε τις παρακάτω προτάσεις, με τη βοήθεια γραμμάτων.

- (α) Ένας φυσικός αριθμός:
- (β) Η τιμή ενός τετραδίου:
- (γ) Ο χρόνος που διαθέσατε για διάβασμα χτες:
- (δ) Το βάρος της σχολικής σας τσάντας:

2. Δραστηριότητα

Προσπαθήστε να γράψετε τις παρακάτω προτάσεις, με τη βοήθεια αριθμών και γραμμάτων.

- (α) Ο προηγούμενος ενός φυσικού αριθμού:
- (β) Ο επόμενος ενός φυσικού αριθμού:
- (γ) Ένας άρτιος φυσικός αριθμός:
- (δ) Ένας περιττός φυσικός αριθμός:
- (ε) Τα πολλαπλάσια του 3:
- (στ) Το διπλάσιο ενός αριθμού:
- (ζ) Ένας αριθμός αυξάνεται κατά 8:
- (η) Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 4:
- (θ) Το τετραπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2, μας δίνει 22:
- (ι) Αν σε ένα αριθμό προσθέσουμε 5, το άθροισμα γίνεται 8:

3. Γράψτε συντομότερα τις εκφράσεις:

(α) $x + x + x + x$	(β) $\alpha + \alpha + \alpha + \beta + \beta$	(γ) $3 \cdot \alpha + 5 \cdot \alpha$
(δ) $18 \cdot x + 7 \cdot x + 4 \cdot x$	(ε) $15 \cdot \beta - 9 \cdot \beta$	(στ) $5 \cdot \beta + 9 \cdot \alpha - 3 \cdot \beta - 4 \cdot \alpha$

4. Να βρείτε τον αριθμό x σε κάθε περίπτωση:

(α) $x + 5 = 6$	(β) $x - 10 = 2$	(γ) $6 - x = 4$
-----------------	------------------	-----------------

5. (α) Να αντικαταστήσετε το x , με τους αριθμούς 1, 3, 4, 6 και 11, σε κάθε ισότητα της πρώτης στήλης, του παρακάτω πίνακα.

Ισότητα	Αντικατάσταση με το 1	Αντικατάσταση με το 3	Αντικατάσταση με το 4	Αντικατάσταση με το 6	Αντικατάσταση με το 11
$x - 1 = 5$					
$5 - x = 4$					
$2x = 8$					
$\frac{6}{x} = 2$					
$\frac{x}{2} = 3$					
$x + 7 = 18$					

(β) Σημειώστε με ✓ στην περίπτωση που ο αριθμός επαληθεύει την ισότητα και με ✗ στην περίπτωση που δεν την επαληθεύει.

Ισότητα	Αριθμός 1	Αριθμός 3	Αριθμός 4	Αριθμός 6	Αριθμός 11
$x - 1 = 5$					
$5 - x = 4$					
$2x = 8$					
$\frac{6}{x} = 2$					
$\frac{x}{2} = 3$					
$x + 7 = 18$					



Τα βήματα για την επίλυση του προβλήματος:

1. Γράφετε την εξίσωση. Το ζητούμενο είναι το βάρος της καμηλοπάρδαλης.
2. Αφαιρείτε και από τα δύο μέλη τον ίδιο αριθμό. (Κάνετε αφαίρεση, αφού είναι η αντίθετη πράξη της πρόσθεσης που υπάρχει στην εξίσωση).
3. Βρίσκετε την τιμή της μεταβλητής (την τιμή του αγνώστου).

6. Πρόβλημα

Ένας εργαζόμενος στον ζωολογικό κήπο κρατά μία καμηλοπάρδαλη που μόλις γεννήθηκε για να την ζυγίσει. Η ζυγαριά κατέγραψε 153 κιλά. Ο εργαζόμενος μόνος του ζυγίζει 86 κιλά.

(α) Πόσο ζυγίζει η καμηλοπάρδαλη;



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(β) Επαλήθευση

.....

.....

.....



Για να λύσετε μία εξίσωση μπορείτε να εργαστείτε έτσι ώστε να απομονώσετε τον άγνωστο στην μία πλευρά της εξίσωσης.



Για να επαληθεύσετε μία εξίσωση, αντικαθιστάτε την τιμή που βρήκατε στην εξίσωση και ελέγχετε αν ισχύει η ισότητα.



Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις. Χρησιμοποιείτε πολλαπλασιασμό για να λύσετε τις εξισώσεις που περιλαμβάνουν διαίρεση και διαίρεση για να λύσετε τις εξισώσεις που περιλαμβάνουν πολλαπλασιασμό.



Όταν διαιρείτε και τα δύο μέλη μίας εξίσωσης με τον ίδιο αριθμό, δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ως διαιρέτη τον αριθμό μηδέν (0). Εξηγήστε γιατί:

.....

7. Να λύσετε την εξίσωση $a - 14 = 26$ και να κάνετε επαλήθευση.

.....

8. Να λύσετε την εξίσωση $6 - x = 5$, περιγράφοντας τα βήματα επίλυσης.

.....
.....
.....

9. Να βρείτε τον αριθμό b σε κάθε περίπτωση:

(α) $4b = 12$	(β) $20 = 2b$	(γ) $\frac{b}{6} = 5$
----------------------	----------------------	------------------------------

10. (α) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x}{4} = 10,5$

.....	1. Η πράξη που υπάρχει είναι διαίρεση.
.....	2. Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το 4.
.....	3. Βρίσκουμε την λύση.

(β) Πώς θα επαληθεύσετε την λύση σας;

.....

11. Να λύσετε τις ακόλουθες εξισώσεις:

(α) $3x = 5$	(β) $\frac{x}{4} = 18$	(γ) $100 = 16y$
---------------------	-------------------------------	------------------------

12. Στην περιοχή της Κέρκυρας η μέση ετήσια βροχόπτωση είναι περίπου 2,80 φορές μεγαλύτερη από αυτήν της Αθήνας. Αν η βροχόπτωση στην Κέρκυρα είναι 137 mm, ποια είναι η μέση ετήσια βροχόπτωση στην Αθήνα;

.....

13. Αν οι γωνίες Α και Β είναι παραπληρωματικές και το μέτρο της γωνίας Α είναι 78°, ποιο είναι το μέτρο της γωνίας Β;

.....



Ο όγκος ισούται με το γινόμενο:
Μήκος x Πλάτος x Ύψος

14. Ποιο είναι το ύψος μιας δεξαμενής χωρητικότητας 6 m^3 που έχει μήκος $1,5 \text{ m}$ και πλάτος 2 m ; Να διαλέξετε τη σωστή απάντηση και να εξηγήσετε γιατί.

- (α) $1,5 \text{ m}$ (β) 3 m (γ) 2 m

.....
.....

15. Οι μινιατούρες αυτοκινήτων κατασκευάζονται με κλίμακα $\frac{1}{43}$ του πραγματικού μεγέθους. Αν το μήκος του πραγματικού αυτοκινήτου είναι $4,61$ μέτρα, πόσα εκατοστά είναι το μήκος της μινιατούρας;



.....
.....
.....
.....

16. Να λύσετε τις εξισώσεις

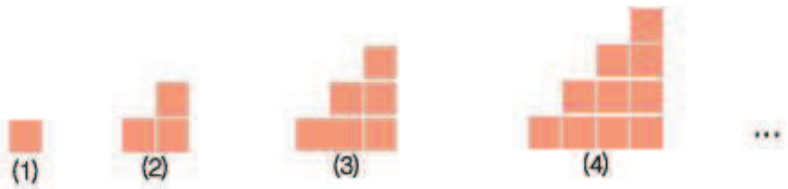
(α) $\frac{4}{x} = \frac{16}{20}$

(β) $\frac{38}{5} = x + \frac{8}{5}$

(γ) $\frac{x+5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$

17. Τα τετράγωνα που αποτελούν τους «δομικούς λίθους» με τους οποίους κατασκευάζονται τα παρακάτω σχήματα, έχουν πλευρά ίση με 1 cm .

- (α) Βρείτε την περίμετρο του πέμπτου σχήματος και εξηγήστε πώς φθάσατε στην απάντησή σας.
 (β) Γράψτε έναν τύπο με τη βοήθεια του οποίου θα μπορείτε να υπολογίσετε την περίμετρο κάθε σχήματος.
 (γ) Ποια είναι η σειρά του σχήματος του οποίου η περίμετρος είναι 128 cm ;



.....
.....
.....
.....
.....

Ασκήσεις προς λύση

4.1. Διατυπώστε τις παρακάτω προτάσεις χρησιμοποιώντας μεταβλητές:

- (α) Η περίμετρος ενός τετράγωνου.
- (β) Το γινόμενο δύο αριθμών είναι 8.
- (γ) Από το πενταπλάσιο ενός αριθμού αφαιρούμε το 2.
- (δ) Η περίμετρος ισοσκελούς τριγώνου με βάση 3 cm.
- (ε) Η ηλικία του παιδιού είναι το μισό της ηλικίας του πατέρα ελαττωμένο κατά 5 χρόνια ακόμη.
- (στ) Το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
- (ζ) Η περίμετρος ισοπλεύρου τριγώνου.

4.2. (α) Αν με λ συμβολίζεται ένας φυσικός αριθμός, πώς θα συμβολίσετε τον επόμενο του;
 (β) Αν με $\kappa - 1$ συμβολίζεται ένας φυσικός αριθμός, πώς θα συμβολίσετε τον προηγούμενο και τον επόμενο του αριθμού;
 (γ) Αν με $\nu + 1$ συμβολίζεται ένας φυσικός αριθμός, πώς θα συμβολίσετε τον επόμενο του αριθμού και πώς τον τριπλάσιο του αριθμού;

4.3. Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις μαθηματικές εκφράσεις:

- (α) $\kappa + \kappa + \kappa + \kappa + \kappa$
- (β) $4\omega + 3\omega + 10\omega$
- (γ) $11z + 7z - 9z$

4.4. Να εξετάσετε ποιος από τους αριθμούς 2, 4, 7 είναι λύση της εξίσωσης $\gamma - 2 = 1 + 4$.

4.5. (α) Αν ισχύει ότι $\frac{x}{y} = 0$, (με $y \neq 0$), ποια είναι η τιμή του x ;

(β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(i) $\frac{x-3}{5} = 0$

(ii) $\frac{6-3\gamma}{8} = 0$

(iii) $\frac{5z-60}{9} = 0$

4.6. (α) Αν ισχύει ότι $\frac{\kappa}{\lambda} = 1$, να βρείτε τη σχέση που έχουν οι αριθμοί κ , λ .

(β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(i) $\frac{x+5}{8} = 1$

(ii) $\frac{3\omega-7}{20} = 1$

(iii) $\frac{2\nu+3}{9} = 1$

4.7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\frac{1}{2}x = 1$

(β) $\frac{5}{7}x = 1$

(γ) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} = 1$

4.8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\frac{3}{4} : x = 2$

(β) $\lambda : \frac{3}{8} = \frac{5}{9}$

(γ) $1,2 : \nu = \frac{5}{8}$

4.9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $3\gamma - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

(β) $\frac{x}{4} - \frac{7}{8} = 2$

(γ) $\frac{5z}{2} + \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$

4.10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\frac{\omega}{2} = 0$

(β) $3\phi = 0$

(γ) $3x + 2 = 2$