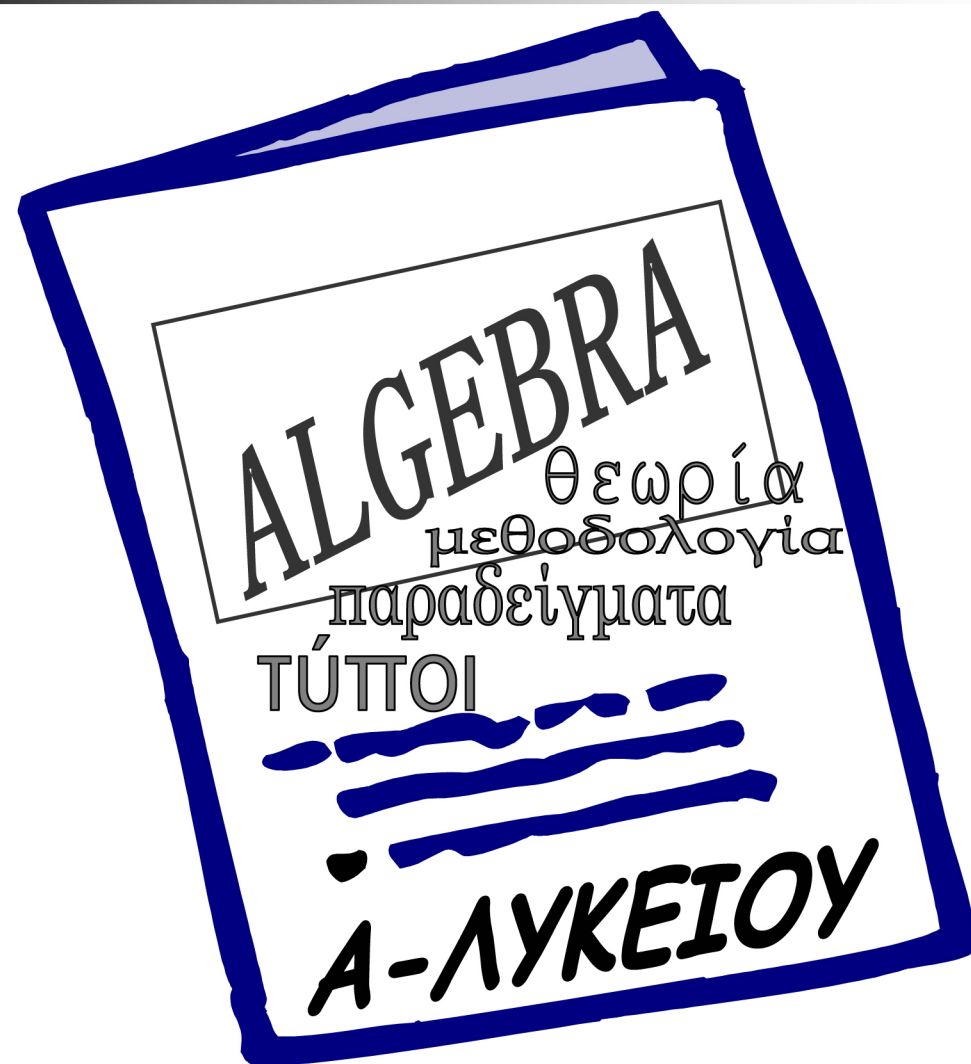
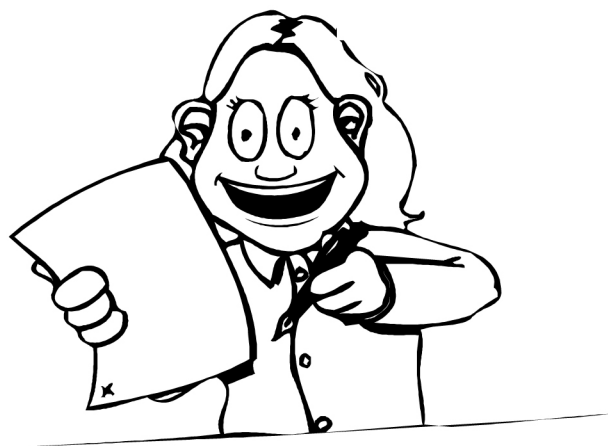


# ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

---



## 1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ

$$\triangleright \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$$

$$\triangleright \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow \frac{A}{C} = \frac{B}{D}$$

$$\triangleright \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow \frac{A+B}{B} = \frac{C+D}{D}$$

$$\triangleright \text{Αν } \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ τότε } \frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A+C}{B+D}$$

## 2. ΔΥΝΑΜΕΙΣ

$$a^v = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad v\text{-φορές}$$

$$\triangleright a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k}$$

$$\triangleright a^k \cdot a^m = a^{k+m} \quad \frac{a^k}{a^m} = a^{k-m}$$

$$\triangleright a^k \cdot b^k = (a \cdot b)^k \quad \frac{a^k}{b^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k \quad (a^k)^m = a^{k \cdot m}$$

$$\triangleright \text{Αν } a = b \text{ τότε } a^k = b^k \quad (\text{Το αντίστροφο δεν ισχύει})$$

## 3. ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$a^v - b^v = (a-b)(a^{v-1} + a^{v-2}b + \dots + ab^{v-2} + b^{v-1})$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

### ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΜΟΡΦΕΣ

$$\blacksquare A^2 + B^2 = (A+B)^2 - 2AB$$

$$\blacksquare A^3 + B^3 = (A+B)^3 - 3AB(A+B)$$

## 4. Η ΕΞΙΣΩΣΗ $ax + b = 0$

$$\blacksquare \text{Αν } a \neq 0 \text{ έχει μοναδική λύση την } x = -\frac{b}{a}$$

$$\blacksquare \text{Αν } a = 0 \text{ και } b \neq 0 \text{ είναι αδύνατη}$$

$$\blacksquare \text{Αν } a = b = 0 \text{ είναι ταυτότητα (αόριστη)}$$

## 5. ΔΙΑΤΑΞΗ

- $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$
- Αν  $a > 0$  και  $b > 0$  τότε  $a + b > 0$   
Αν  $a < 0$  και  $b < 0$  τότε  $a + b < 0$
- Αν  $a, b$  ομόσημοι τότε  $ab > 0$   $\frac{a}{b} > 0$   
Αν  $a, b$  ετερόσημοι τότε  $ab < 0$   $\frac{a}{b} < 0$
- Για κάθε  $a$  ισχύει  $a^2 \geq 0$
- Αν  $a > \beta$  και  $\beta > \gamma$  τότε  $a > \gamma$  (Μεταβατική ιδιότητα)
- $a > \beta \Leftrightarrow a + \gamma > \beta + \gamma$
- Αν  $\gamma > 0$  τότε  $a > \beta \Leftrightarrow a\gamma > \beta\gamma$
- Αν  $\gamma < 0$  τότε  $a > \beta \Leftrightarrow a\gamma < \beta\gamma$
- Αν  $a > \beta$  και  $\gamma > \delta$  τότε  $a + \gamma > \beta + \delta$
- Για θετικούς  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ : Αν  $a > \beta$  και  $\gamma > \delta$  τότε  $a\gamma > \beta\delta$
- Για θετικούς  $\alpha, b$  και  $v \in \mathbb{N}^*$  ισχύει:  
 $\diamond a = b \Leftrightarrow a^v = b^v$   $\diamond a > b \Leftrightarrow a^v > b^v$

### ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΜΟΡΦΕΣ

- Αν  $a, b$  ομόσημοι τότε  $a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- $a^2 + b^2 \geq 2ab$
- Αν  $a > 0$  τότε  $a + \frac{1}{a} \geq 2$     • Αν  $a < 0$  τότε  $a + \frac{1}{a} \leq -2$
- $a^2 + ab + b^2 \geq 0$      $a^2 - ab + b^2 \geq 0$

## 6. ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} \quad |a| \geq 0 \quad |a| \geq a \quad |a| \geq -a \quad |a|^2 = a^2$$

Αν  $\theta > 0$  τότε

1.  $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \pm\theta$   $|x| = |a| \Leftrightarrow x = \pm a$
2.  $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$   $|x| > \theta \Leftrightarrow x > \theta \text{ ή } x < -\theta$   
 $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$   $|x| \geq \theta \Leftrightarrow x \geq \theta \text{ ή } x \leq -\theta$

Απόλυτη τιμή αθροίσματος

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Απόλυτη τιμή γινομένου

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

Απόλυτη τιμή πηλίκου

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

Απόσταση 2 αριθμών  $a$  και  $b$

$$d(a, b) = |a - b|$$

## 7. i) ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Αν  $a \geq 0$  η  $\sqrt{a}$  παριστάνει τη μη-αρνητική λύση της εξίσωσης  $x^2 = a$

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

## ii) Ν-ΟΣΤΗ ΡΙΖΑ ΜΗ-ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Αν  $a \geq 0$  η  $\sqrt[n]{a}$  παριστάνει τη μη-αρνητική λύση της εξίσωσης  $x^n = a$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \quad \sqrt[n]{a^n} = a \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

\*Σε όλες τις παραπάνω σχέσεις κάθε υπό-ρίζο είναι  $\geq 0$

Αν ν περιττός τότε  $x^ν = a^ν \Leftrightarrow x = a$

Αν ν άρτιος τότε  $x^ν = a^ν \Leftrightarrow x = \pm a$

## 8. ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ στο επίπεδο

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

## 9. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = ax + b$

Η  $f(x) = ax + b$  (1) είναι ευθεία που τέμνει τον άξονα των y στο  $B(0, b)$  και σχηματίζει με τον άξονα των x γωνία  $\omega$  για την οποία ισχύει  $\tan \omega = a$

Ο συντελεστής  $a = \tan \omega$  καθορίζει πλήρως την διεύθυνση της ευθείας  $y = ax + b$  και λέγεται **συντελεστής διεύθυνσης** αυτής.

Αν  $b = 0$  η (1) δίνει  $f(x) = ax$  (2) (ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων).

Ειδικά στην (2) αν  $a = 1$  έχουμε  $f(x) = x$  ή  $y = x$  (διχοτόμος του 1<sup>ου</sup> και 3<sup>ου</sup> τεταρτημορίου)

Ενώ αν  $a = -1$  έχουμε την  $y = -x$  (διχοτόμος του 2<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> τεταρτημορίου)

### Παράλληλες ευθείες

Δυο ευθείες ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ) είναι παράλληλες μόνο όταν οι συντελεστές διεύθυνσης αυτών είναι ίσοι.

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$$

### Κάθετες ευθείες

Δυο ευθείες ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ) είναι κάθετες μόνο όταν το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσης είναι ίσο με -1

$$\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$$

■ Για να βρίσκετε εύκολα τον συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας να φροντίζετε η ευθεία σας να είναι πάντα στην μορφή  $y = ax + b$

### ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΕΥΘΕΙΩΝ

|         |                                   |
|---------|-----------------------------------|
| $x = c$ | Παράλληλη στον άξονα των y κατά c |
| $y = c$ | Παράλληλη στον άξονα των x κατά c |

## 10. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = ax^2$ $a \neq 0$

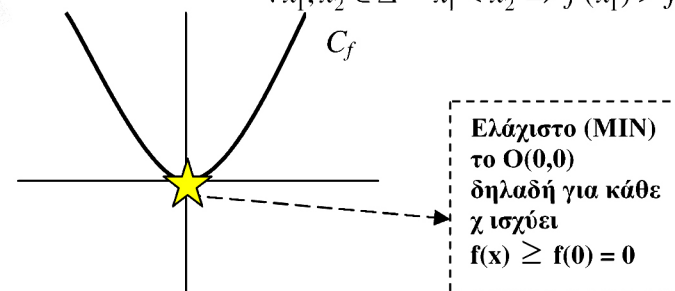
Η γραφική παράσταση της  $f(x) = ax^2$  είναι **παραβολή** που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Έχει κορυφή το  $O(0,0)$  και άξονα συμμετρίας τον άξονα των y δηλ. είναι άρτια  $\forall x \in A, -x \in A \quad f(-x) = f(x)$

### Μονοτονία (ορισμός)

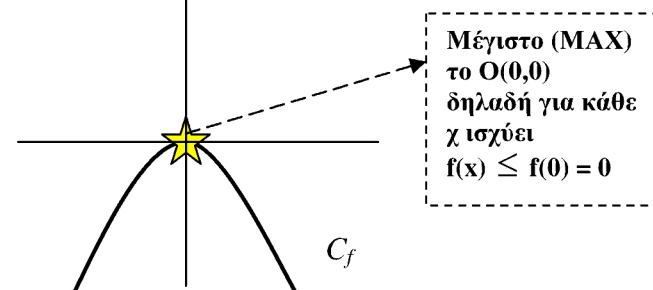
Η  $f(x)$  είναι **γνησίως αύξουσα** στο  $\Delta$  όταν  $\forall x_1, x_2 \in \Delta \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Η  $f(x)$  είναι **γνησίως φθίνουσα** στο  $\Delta$  όταν  $\forall x_1, x_2 \in \Delta \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

■ Αν  $a > 0$



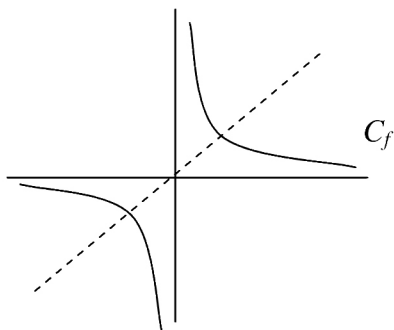
■ Αν  $a < 0$



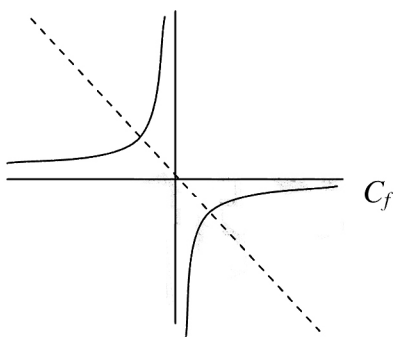
## 11. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = \frac{a}{x}$ $a \neq 0, x \neq 0$

Η γραφική παράσταση της  $f(x) = \frac{a}{x}$  είναι **υπερβολή** με κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων  $O(0,0)$  Δηλ. είναι περιττή  $\forall x \in A, -x \in A \quad f(-x) = -f(x)$ . Έχει ασύμπτωτες τους άξονες και αν  $a > 0$  άξονα συμμετρίας την  $y = x$ , ενώ αν  $a < 0$  την  $y = -x$ .

- Αν  $a > 0$



- Αν  $a < 0$



## 12. ΟΡΙΖΟΥΣΑ 2X2

Η ορίζουσα  $\begin{vmatrix} a & b \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$  είναι ο **αριθμός**  $a \cdot \delta - b \cdot \gamma$

## 13. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ Α-ΒΑΘΜΟΥ

Γενική Μορφή  $(\Sigma) \begin{cases} ax + by = \gamma \\ a'x + b'y = \gamma' \end{cases}$

**Επίλυση του (Σ) με χρήση ΟΡΙΖΟΥΣΩΝ**

**Βήμα 1:** Βρίσκουμε τις εξής ορίζουσες

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - ba' \quad Dx = \begin{vmatrix} \gamma & b \\ \gamma' & b' \end{vmatrix} = \gamma b' - b \gamma' \\ Dy = \begin{vmatrix} a & \gamma \\ a' & \gamma' \end{vmatrix} = a \gamma' - \gamma a'$$

**Βήμα 2:** Ανάλογα με τις τιμές των  $D, Dx, Dy$  που βρήκαμε ακολουθούμε ένα από τα εξής:

- Αν  $D \neq 0$  το  $(\Sigma)$  έχει μοναδική λύση την  $x = \frac{Dx}{D}, y = \frac{Dy}{D}$
- Αν  $D = 0$  και  $(Dx \neq 0 \text{ ή } Dy \neq 0)$  το  $(\Sigma)$  είναι αδύνατο
- Αν  $D = Dx = Dy = 0$  έχει άπειρες λύσεις, εκτός αν

$a = a' = b = b' = 0$  και  $\gamma \neq 0$  ή  $\gamma' \neq 0$  οπότε είναι αδύνατο

Εκτός από την μέθοδο των οριζουσών άλλες μέθοδοι είναι (Α) η μέθοδος της αντικατάστασης (Β) η μέθοδος των αντιθέτων συντελεστών (Γ) η γραφική επίλυση κατά την οποία ισχύουν τα εξής:

Αν οι εξισώσεις του  $(\Sigma)$  παριστάνουν ευθεία τότε αν

Α) Οι ευθείες τέμνονται, το  $(\Sigma)$  έχει μοναδική λύση (τις συντεταγμένες του κοινού σημείου των δύο ευθειών)

Β) Οι ευθείες είναι παράλληλες, το  $(\Sigma)$  είναι αδύνατο (δεν έχει λύση)

Γ) Οι ευθείες ταυτίζονται, το  $(\Sigma)$  έχει άπειρες λύσεις (τις συντεταγμένες των σημείων της μιας εκ των δύο ευθειών)

#### 14. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ-ΕΞΙΣΩΣΗΣ 2ΟΥ ΒΑΘΜ.

Γενική Μορφή:  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  ( $a \neq 0$ )

■ Βρίσκουμε την διακρίνουσα  $\Delta = b^2 - 4a\gamma$

■ Ανάλογα με την τιμή της διακρίνουσας  $\Delta$  επιλέγουμε μια από τις εξής περιπτώσεις

|                 |                                                                                                    |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Αν $\Delta > 0$ | <p>Η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες και πραγματικές</p> $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ |
| Αν $\Delta = 0$ | <p>Η εξίσωση έχει μια ρίζα πραγματική (διπλή)</p> $x = \frac{-b}{2a}$                              |
| Αν $\Delta < 0$ | Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες                                                               |

Στις ειδικές περιπτώσεις που έχουμε  $\gamma = 0$  ή  $b = 0$  μπορούμε να δουλέψουμε και ως εξής:

■ Αν  $\gamma = 0$  δηλαδή είναι της μορφής  $ax^2 + bx = 0$  τότε τότε μπορούμε να το λύσουμε και με παραγοντοποίηση (βγάζοντας κοινό παράγοντα το  $x$  οπότε καταλήγουμε σε μορφή  $AB=0 \Rightarrow A=0$  ή  $B=0$ )

■ Αν  $b = 0$  δηλαδή είναι της μορφής  $ax^2 + \gamma = 0$ , τότε ή χρησιμοποιούμε την σχέση  $x^2 = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$  για παράδειγμα  $2x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

ή είναι αδύνατο για παράδειγμα

$$2x^2 + 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 = -6 \Rightarrow x^2 = \frac{-6}{2} \Rightarrow x^2 = -3$$

#### 15. ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΙΖΩΝ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ – ΤΥΠΟΙ VIETA

Κάθε τριώνυμο  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  ( $1$ )  $a \neq 0$  μπορεί να γραφεί στην μορφή

$$x^2 - Sx + P = 0 \quad (2)$$

όπου  $S$  είναι το άθροισμα των ριζών του τριωνύμου και  $P$  το γινόμενο των ριζών του τριωνύμου

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$$

Η μορφή (2) μας δίνει τη δυνατότητα

- I) Να κατασκευάσουμε το τριώνυμο αν ξέρουμε τα  $S$  και  $P$
- II) Να βρούμε τις ρίζες της (1) μέσω των  $S$  και  $P$  χωρίς να λύσουμε το τριώνυμο
- III) Από γνωστό τριώνυμο με ρίζες  $x_1, x_2$  να υπολογίσουμε παραστάσεις

$$\text{της μορφής } x_1 + x_2, x_1 x_2, \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, x_1^2 + x_2^2$$

χωρίς να έχουμε βρει τις ρίζες  $x_1, x_2$

#### 16. ΔΙΤΕΤΡΑΓΩΝΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Γενική μορφή:  $ax^4 + bx^2 + \gamma = 0$  ( $1$ ) ( $a \neq 0$ )

Θέτουμε  $x^2 = y \geq 0$  ( $2$ )

Οπότε η (1) γράφεται ως  $ay^2 + by + \gamma = 0$  (τριώνυμο ως προς  $y$ )

Το οποίο λύνουμε και τις τιμές του  $y$  που βρίσκουμε τις

αντικαθιστούμε στην (2) για να βρούμε τις ζητούμενες τιμές του  $x$

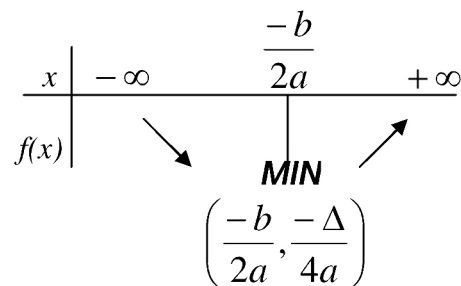
(Αν το  $y$  βγει αρνητικό, το απορρίπτουμε)

## 17. ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ $f(x) = ax^2 + bx + \gamma \quad a \neq 0$

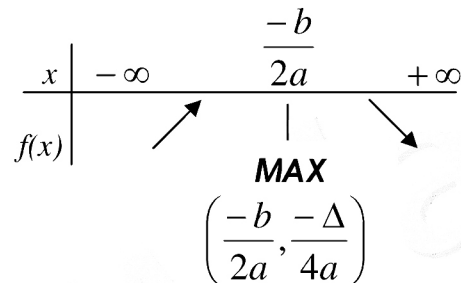


Η γραφική παράσταση της  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  είναι **παραβολή**

**Αν  $a > 0$**



**Αν  $a < 0$**



### ΣΗΜΕΙΑ ΤΟΜΗΣ ΜΕ ΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ

Τέμνει τον άξονα των  $y$  στο σημείο  $\Gamma(0, \gamma)$

Τέμνει τον άξονα των  $x$

Στα σημεία  $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$  αν  $\Delta > 0$

Στο σημείο  $(-b/2a, 0)$  αν  $\Delta = 0$

Δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα των  $x$  αν  $\Delta < 0$

### ΣΧΟΛΙΑ

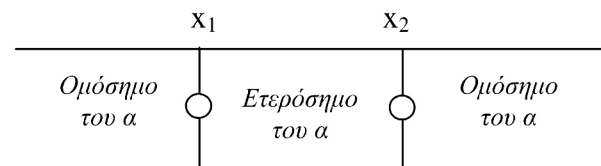
- Η  $C_f$  της  $f(x) = h(x) + c$ ,  $c > 0$  προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της  $C_h$  κατά  $c$  μονάδες προς τα πάνω.
- Η  $C_f$  της  $f(x) = h(x) - c$ ,  $c > 0$  προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της  $C_h$  κατά  $c$  μονάδες προς τα κάτω.
- Η  $C_f$  της  $f(x) = h(x-c)$ ,  $c > 0$  προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της  $C_h$  κατά  $c$  μονάδες προς τα δεξιά.
- Η  $C_f$  της  $f(x) = h(x+c)$ ,  $c > 0$  προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της  $C_h$  κατά  $c$  μονάδες προς τα αριστερά.

## 18. ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ / ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΗΣ 2<sup>ΟΥ</sup> ΒΑΘΜΟΥ

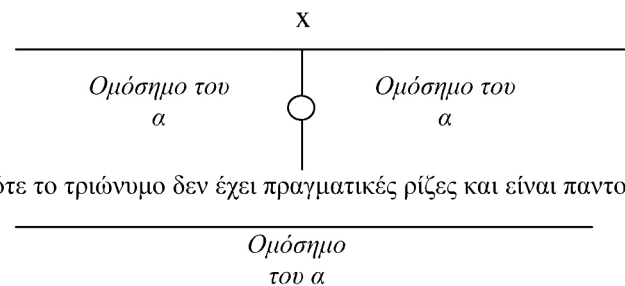
Για να λύσουμε μια ανίσωση της μορφής  $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$  ή  $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$  ή  $ax^2 + bx + \gamma > 0$  ή  $ax^2 + bx + \gamma < 0$

Βρίσκουμε την διακρίνουσα  $\Delta = b^2 - 4a\gamma$  και ανάλογα με την τιμή της είμαστε σε μια από τις εξής περιπτώσεις:

► Αν  $\Delta > 0$  τότε βρίσκουμε τις ρίζες  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  και κατασκευάζουμε τον εξής πίνακα τοποθετώντας τις ρίζες  $x_1, x_2$  με τη σειρά.



► Αν  $\Delta = 0$  τότε βρίσκουμε την διπλή ρίζα  $x = \frac{-b}{2a}$  και κατασκευάζουμε τον εξής πίνακα



► Αν  $\Delta < 0$  τότε το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες και είναι παντού ομόσημο του  $a$

## ΣΧΟΛΙΑ

Κάθε τριώνυμο γράφεται ως γινόμενο παραγόντων ως εξής:

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x - p_1)(x - p_2)$$

όπου  $p_1, p_2$  οι ρίζες του τριωνύμου.

Αρα κάθε ανίσωση της μορφής

$$a(x - p_1)(x - p_2) \geq 0 \quad a(x - p_1)(x - p_2) \leq 0$$

$$a(x - p_1)(x - p_2) > 0 \quad a(x - p_1)(x - p_2) < 0$$

λύνεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο δηλαδή βρίσκουμε τις ρίζες του κάθε όρου του γινομένου, αν υπάρχουν (εξισώνοντας τον κάθε όρο με το μηδέν) και τις τοποθετούμε στον άξονα οπότε και αναγόμεστε σε μια από τις τρεις προηγούμενες περιπτώσεις.

### ΠΡΟΣΟΧΗ

Συχνά πολλοί μαθητές για να λύσουν πχ την ανίσωση  $(x-2)(2x+4) > 0$

λάνε ότι  $x-2 > 0$ ,  $2x+4 > 0$  άρα  $x > 2$  ή  $x > -2$

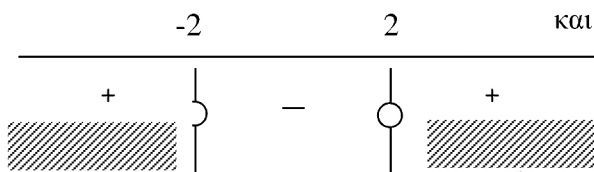
Αυτό όμως είναι **ΛΑΘΟΣ** διότι η παραπάνω ανίσωση λύνεται ως εξής:

Βρίσκω τις ρίζες του κάθε όρου

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$2x + 4 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

και κατασκευάζω τον πίνακα



Αρα  $x > 2$  ή  $x < -2$

Το λάθος αυτό οφείλεται στο ότι οι μαθητές συγχέουν την επίλυση της παραπάνω ανίσωσης με τον τρόπο λύσης της αντίστοιχης εξίσωσης

**Δηλαδή λύνουν την εξίσωση**  $(x-2)(2x+4) = 0$  ως

$x-2 = 0$  ή  $2x+4 = 0$  άρα  $x = 2$  ή  $x = -2$  και το γενικεύουν για ανίσωση απλά αλλάζοντας το  $=$  σε  $>$

Προσοχή λοιπόν στο σημείο αυτό διότι αυτό ΔΕΝ ισχύει

Για να είναι ένα γινόμενο θετικό πχ  $AB > 0$  δεν αρκεί  $A > 0$  και  $B > 0$  αλλά μπορεί να συμβαίνει  $A < 0$  και  $B < 0$   
 Δηλαδή  $AB > 0 \Leftrightarrow A, B$  ομόσημοι  $\text{Αν } AB < 0 \dots\dots\dots$

## 19. ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

$$A(X)B(X)\dots K(X) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$$

Οι όροι του παραπάνω γινομένου είναι πρωτοβάθμιοι ή τριώνυμα.

Βρίσκουμε τις ρίζες του κάθε παράγοντα και μετά το πρόσημο του κάθε παράγοντα χωριστά.

Για παράδειγμα,

Εστω η ανίσωση  $P(x) = (x-1)(x^2+x-6)(2x^2+x+1) > 0$

Βρίσκουμε τις ρίζες κάθε παράγοντα

$$x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3, x = 2$$

$2x^2 + x + 1 = 0$  (έχει  $\Delta < 0$  άρα αδύνατο στο  $\mathbb{R}$ ) Είναι πάντα ομόσημο του  $a=2 > 0$

Βρίσκουμε τα πρόσημα του κάθε παράγοντα με τη βοήθεια του πίνακα

| $x$        | $-\infty$ | $-3$ | $2$ | $1$ | $+\infty$ |
|------------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x-1$      |           | -    | -   | -   | +         |
| $x^2+x-6$  |           | +    | -   | +   | +         |
| $2x^2+x+1$ |           | +    | +   | +   | +         |
| $P(x)$     |           | -    | +   | -   | +         |

Αρα  $-3 < x < 2$  ή  $x > 1$

## 20. ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $\frac{A(x)}{B(x)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$

Χρησιμοποιούμε τις σχέσεις

$$\frac{A}{B} > 0 \Leftrightarrow AB > 0$$

&

$$\frac{A}{B} < 0 \Leftrightarrow AB < 0$$

Ομοίως για να λύσουμε την μορφή  $\frac{A}{B} \geq 0$  λύνουμε την  $AB \geq 0$  και από τις λύσεις της

εξαιρούμε όσες μηδενίζουν τον παρονομαστή  $B$ .