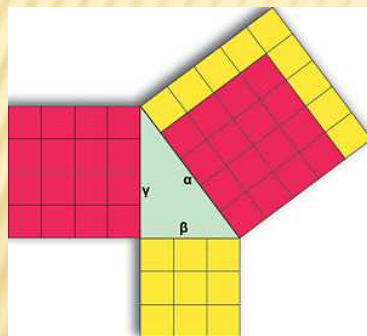


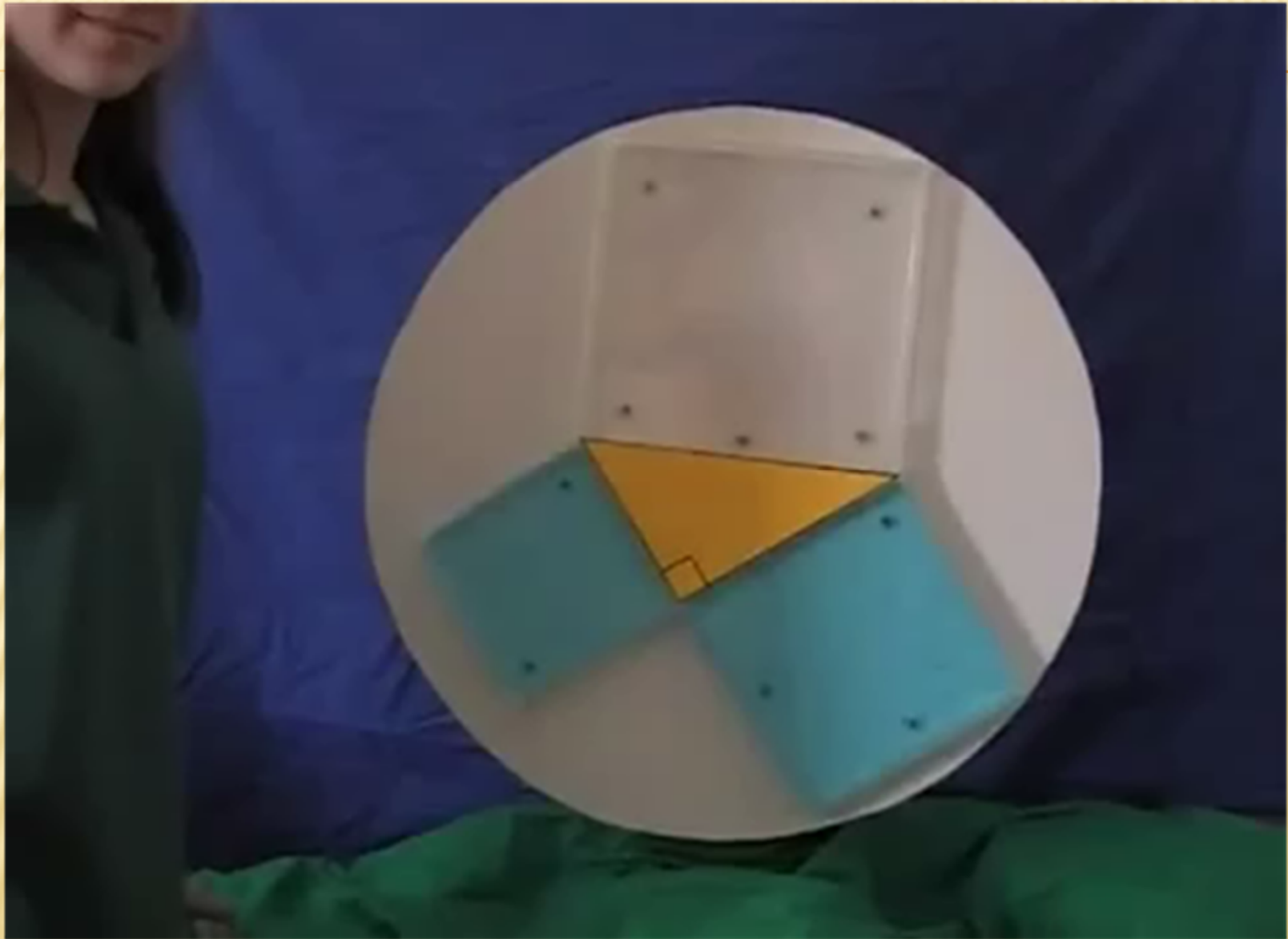
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



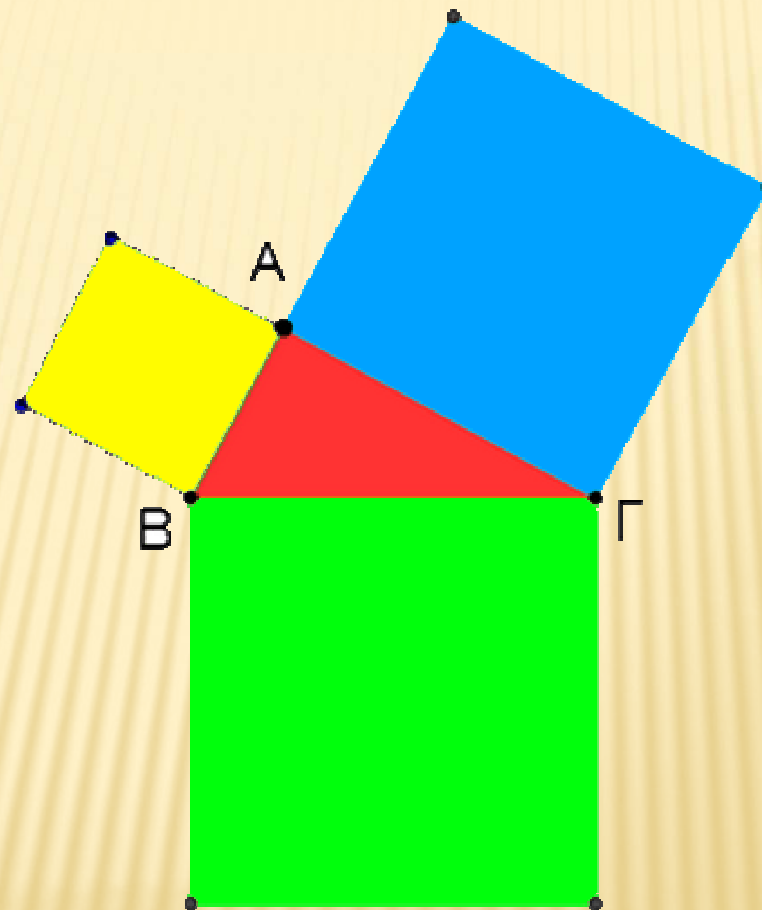
Μέρος Β'

Κεφάλαιο 1^ο – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων – Πυθαγόρειο Θεώρημα

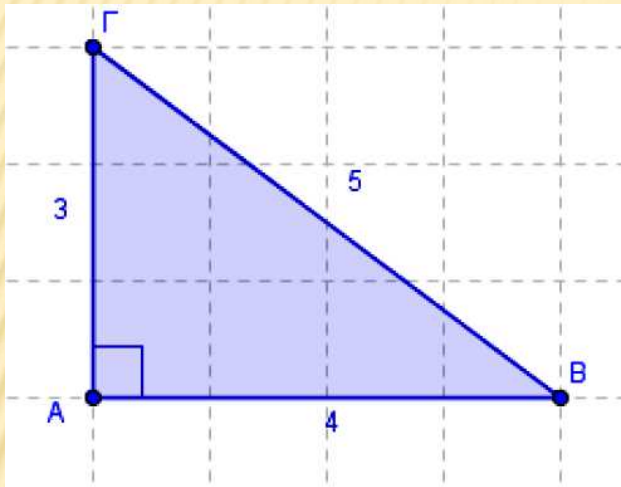
1.4 Πυθαγόρειο Θεώρημα



Τι παρατηρήσατε στο video;



1^η δραστηριότητα (Φύλλο Εφαρμογής (1))



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος, οι κάθετες πλευρές είναι οι **ΑΓ** και **ΑΒ** ενώ η υποτείνουσα είναι η **ΒΓ**.

Υπολογίστε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$ΒΓ^2 = \mathbf{5^2 = 25}$$

$$ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = \mathbf{4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25}$$

Ας θυμηθούμε ...

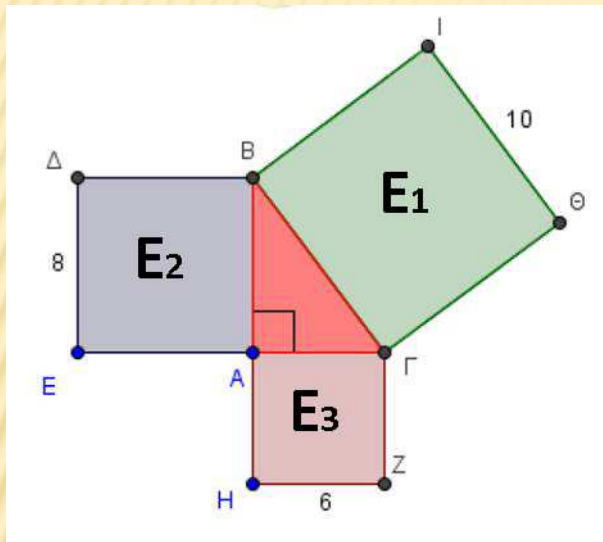


Πως βρίσκουμε το
εμβαδό ενός
τετραγώνου;



$$E = a \cdot a = a^2$$

2^η δραστηριότητα (Φύλλο Εφαρμογής (1))



Στο διπλανό σχήμα κατασκευάσαμε αρχικά το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και εξωτερικά του, κατασκευάσαμε τετράγωνα, που το καθένα έχει ως πλευρά μία πλευρά του τριγώνου.

Υπολογίστε τα εμβαδά των τετραγώνων:

$$\begin{array}{rcl} E_1 & = & \dots 10^2 = 100 \dots \\ E_2 & = & \dots 8^2 = 64 \dots \\ E_3 & = & \dots 6^2 = 36 \dots \end{array} \quad \begin{array}{r} \xrightarrow{\quad} 64 \\ \xrightarrow{\quad} + 36 \\ \hline \xrightarrow{\quad} 100 \end{array}$$

Άρα $E_1 = E_2 + E_3$

δηλ. $B\Gamma^2 = AB^2 + AG^2$

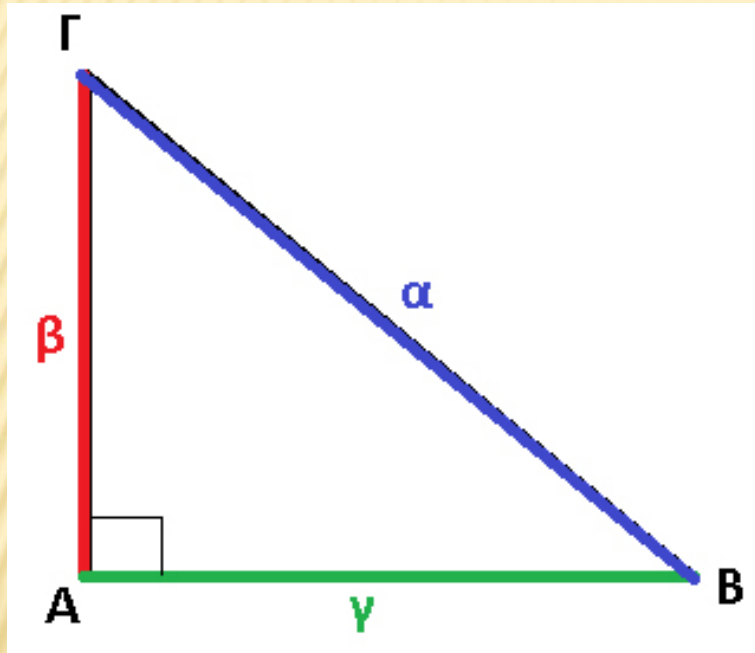
Είναι σύμπτωση;;



Ας δοκιμάσουμε
λίγο ακόμη...

Τι παρατηρείτε
λοιπόν ότι ισχύει
στα ορθογώνια
τρίγωνα;

Πυθαγόρειο Θεώρημα



$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$$

ή

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

επίσης

$$A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2 \quad \text{ή} \quad \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$$

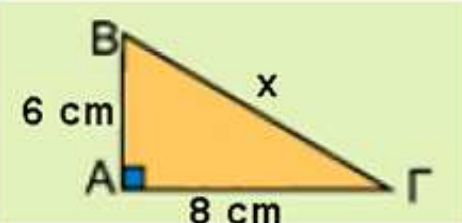
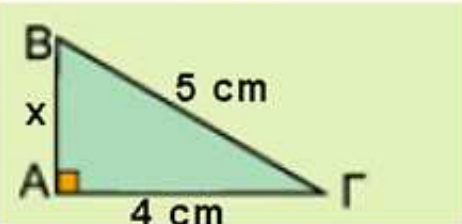
$$AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2 \quad \text{ή} \quad \gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$$



Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο,
το **τετράγωνο** της υποτείνουσας
είναι ίσο με το **άθροισμα** των **τετραγώνων**
των δύο καθέτων πλευρών.

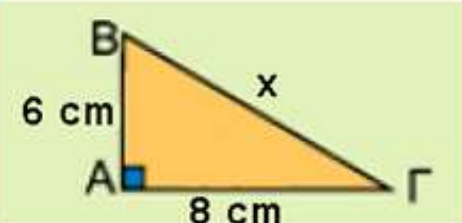
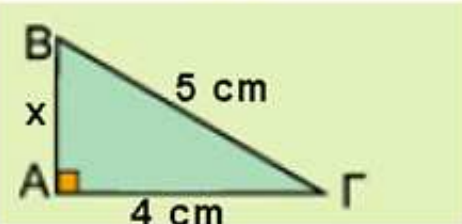
Φύλλο Εφαρμογής (2)

Προσδιορίστε τη ζητούμενη πλευρά σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

			A	B	Γ
1		$x =$	7 cm	9 cm	10 cm
2		$x =$	2 cm	3 cm	4 cm

Φύλλο Εφαρμογής (2)

Προσδιορίστε τη ζητούμενη πλευρά σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

			A	B	Γ
1		$x =$	7 cm	9 cm	10 cm
2		$x =$	2 cm	3 cm	4 cm

Ώρα για δράση!!!

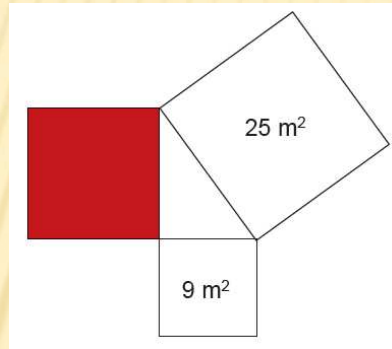




Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (Α)

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη ΣΩΣΤΗ ή τη λέξη ΛΑΘΟΣ στα αντίστοιχα πλαίσια.

1. Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τετραγώνου είναι 16 m^2



(μονάδες 5)

2. Το Πυθαγόρειο τρίγωνο ισχύει σε οποιοδήποτε τρίγωνο

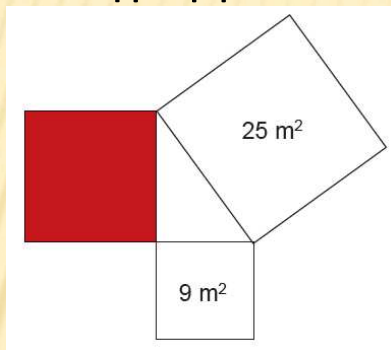
(μονάδες 5)



Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (Α)

Α. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη ΣΩΣΤΗ ή τη λέξη ΛΑΘΟΣ στα αντίστοιχα πλαίσια.

1. Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου τετραγώνου είναι 16 m^2



(μονάδες 5)

ΣΩΣΤΗ

2. Το Πυθαγόρειο τρίγωνο ισχύει σε οποιοδήποτε τρίγωνο

(μονάδες 5)

ΛΑΘΟΣ

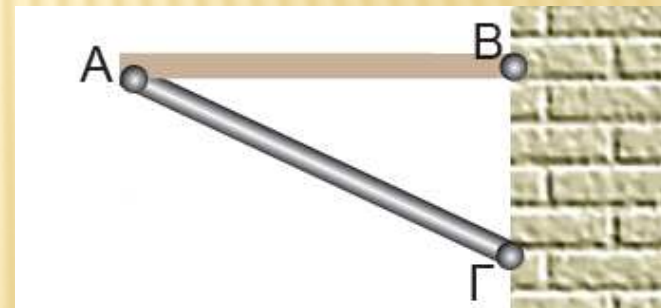


Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (B)

β. Να βάλετε σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα (α, β, γ) της σωστής απάντησης:

Το ράφι στο διπλανό σχήμα είναι κάθετο στον τοίχο. Το μήκος του ραφιού AB είναι 40 cm και η απόσταση BG είναι 30 cm. Το μήκος του μεταλλικού στηρίγματος AG είναι:

- α) 30 cm
- β) 40 cm
- γ) 50 cm



(μονάδες 10)



Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (Β)

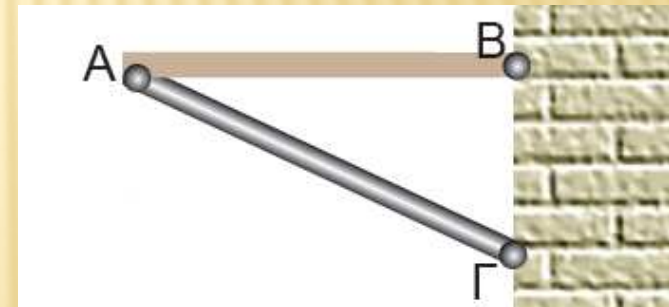
β. Να βάλετε σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα (α, β, γ) της σωστής απάντησης:

Το ράφι στο διπλανό σχήμα είναι κάθετο στον τοίχο. Το μήκος του ραφιού ΑΒ είναι 40 cm και η απόσταση ΒΓ είναι 30 cm. Το μήκος του μεταλλικού στηρίγματος ΑΓ είναι:

α) 30 cm

β) 40 cm

☒ γ) 50 cm

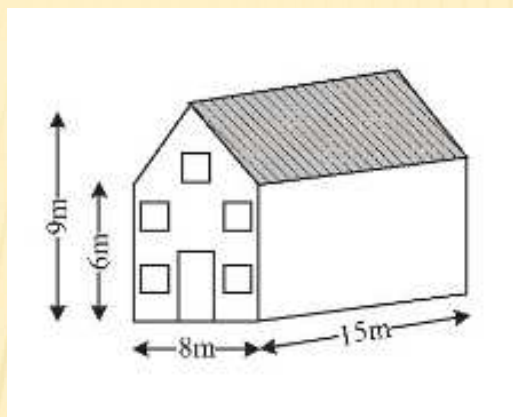


(μονάδες 10)

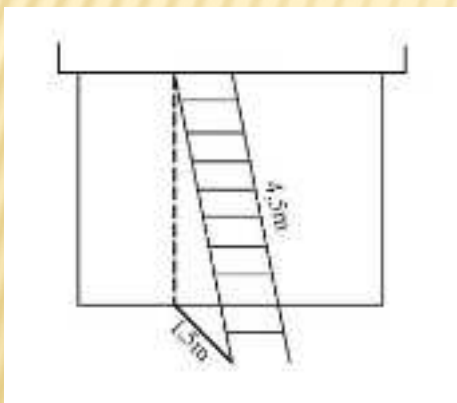
Μπορείτε να βρείτε εφαρμογές του Πυθαγορείου Θεωρήματος;



Ιδού μερικά παραδείγματα!

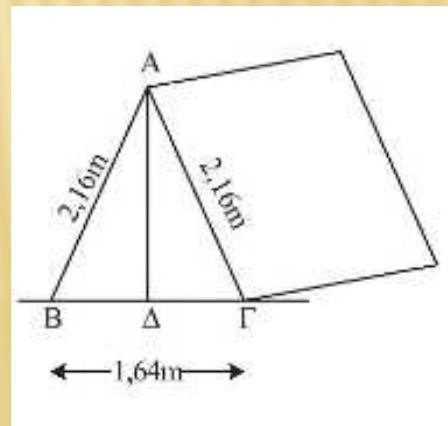


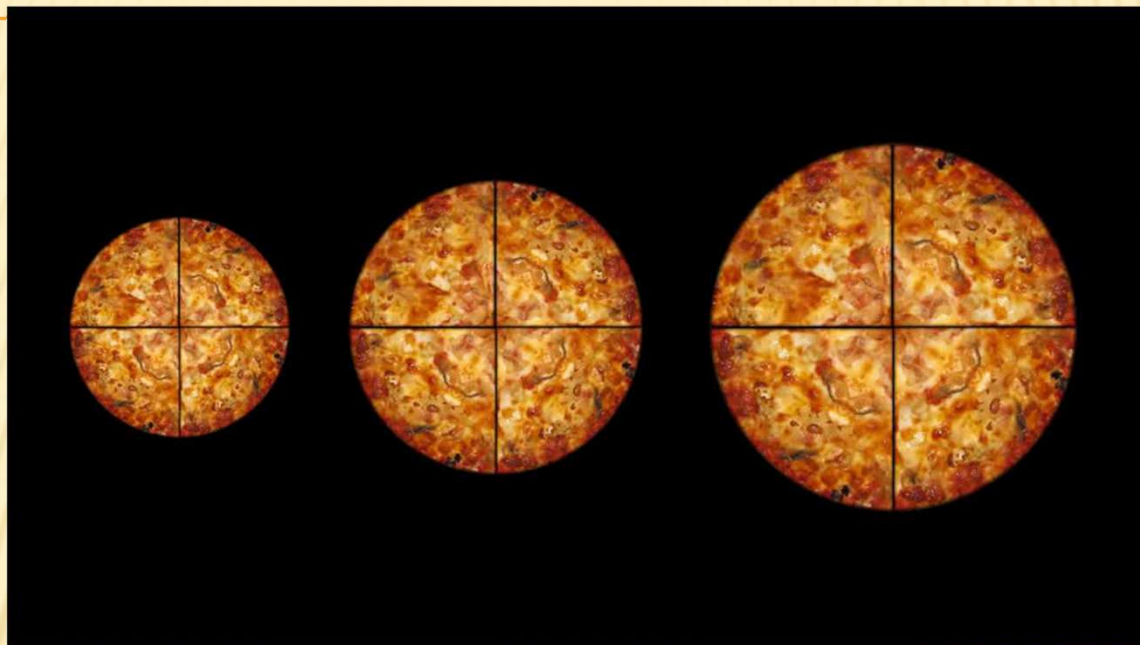
Για να υπολογίσουμε
το εμβαδό της σκεπής
αυτού του σπιτιού!



Για να υπολογίσουμε το
ύψος του τοίχου στον
οποίο στηρίζεται η σκάλα!

Για να υπολογίσουμε το
ύψος αυτής της σκηνής!





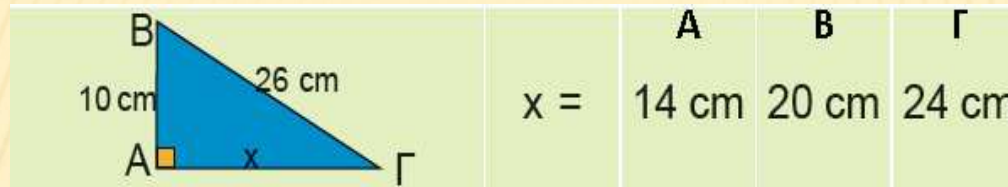
Πεινάτε και θέλετε να παραγγείλετε πίτσα, η πιτσαρία της γειτονιάς, σάς δίνει τη δυνατότητα να παραγγείλετε με τα ίδια χρήματα, είτε μια μεγάλη πίτσα, είτε δυο μικρότερες. Δεν ξέρετε τι σας συμφέρει; Μην ανησυχείτε το Πυθαγόρειο Θεώρημα είναι εδώ για να σας βοηθήσει. Το video δείχνει έναν απλό τρόπο να λύσετε το πρόβλημα!

Αν οι διάμετροι των τριών κυκλικών δίσκων που ορίζουν οι πίτσες σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο τότε **η μεγάλη πίτσα έχει το ίδιο εμβαδό με το άθροισμα των εμβαδών των άλλων δύο μικρότερων**. Οπότε δεν έχει σημασία ποια από τις δυο προσφορές θα επιλέξετε!



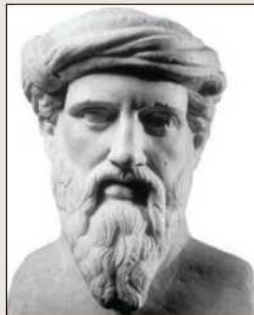
Δραστηριότητες για το σπίτι

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Να επιλέξεις τη σωστή απάντηση:



2. Να μελετήσεις το παρακάτω ιστορικό σημείωμα και να απαντήσεις στις ερωτήσεις:
- ✓ Από πού καταγόταν ο Πυθαγόρας και πότε έζησε;
 - ✓ Το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχει μία μοναδική απόδειξη ή περισσότερες;
 - ✓ Γιατί ονομάστηκε και «θεώρημα της εκατόμβης»;

ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ



Το Πυθαγόρειο θεώρημα

Το Πυθαγόρειο θεώρημα αποτελεί ένα από τα πιο κομψά αλλά ταυτόχρονα και πιο σημαντικά θεωρήματα με πολλές εφαρμογές.

Η ανακάλυψη του θεωρήματος, αν και παραδοσιακά αποδίδεται στον Πυθαγόρα το Σάμιο (585 - 500 π.Χ.), δεν είναι βέβαιο ότι έγινε από αυτόν ή από κάποιον από τους μαθητές του στην Πυθαγόρεια Σχολή που ίδρυσε.

Όμως είναι βέβαιο πως είτε ο ίδιος είτε οι μαθητές του διατύπωσαν την πρώτη απόδειξη. Σύμφωνα με την παράδοση, οι θεοί ανακοίνωσαν στον Πυθαγόρα

το ομώνυμο θεώρημα και όταν το απέδειξε, για να τους ευχαριστήσει, έκανε θυσία 100 βοδιών. Για τον λόγο αυτό, το Πυθαγόρειο θεώρημα αναφέρεται συχνά και ως «θεώρημα της εκατόμβης». Επιπλέον, οι Πυθαγόρειοι διατύπωσαν και απέδειξαν το αντίστροφο του θεωρήματος.

Πολλοί μαθηματικοί, διάσημοι και μη, προσπάθησαν να αποδείξουν το Πυθαγόρειο θεώρημα με δική τους ανεξάρτητη μέθοδο. Ανάμεσα σ' αυτούς υπάρχουν και προσωπικότητες, όπως ο Leonardo da Vinci και ο πρόεδρος των ΗΠΑ Garfield.

Το 1940 ο Elisha Scott Loomis περιέλαβε 365 διαφορετικές αποδείξεις του Πυθαγόρειου θεωρήματος σ' ένα βιβλίο.