

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



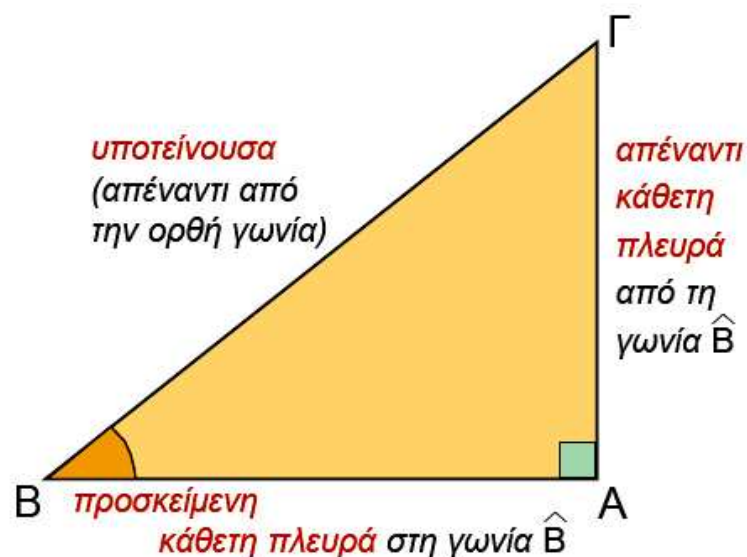
Μέρος Β'

Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> – Τριγωνομετρία – Διανύσματα

## 2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας

# Τι μάθαμε στο προηγούμενο μάθημα

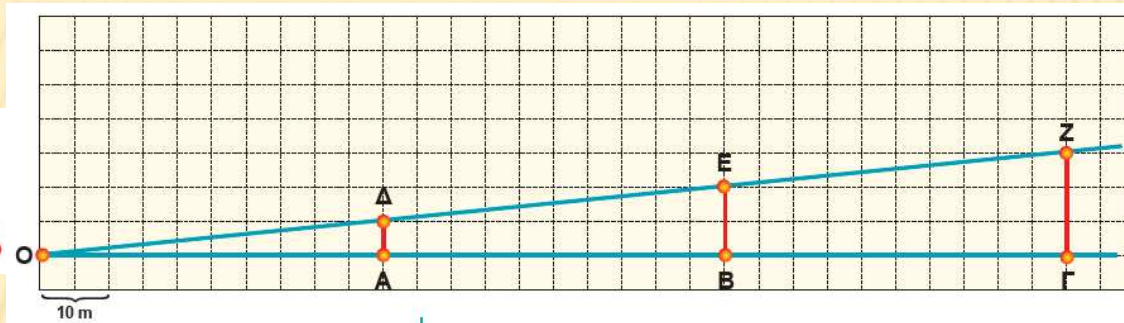
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) η κάθετη πλευρά  $A\Gamma$ , ονομάζεται «απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας  $\hat{B}$ » και η  $AB$  «προσκειμένη κάθετη πλευρά της γωνίας  $\hat{B}$ ».



Φυσικά, προσκειμένων για τη γωνία  $\hat{\Gamma}$ , η  $AB$  είναι η «απέναντι», ενώ η  $A\Gamma$  είναι η «προσκειμένη» κάθετη πλευρά.



## 2<sup>η</sup> δραστηριότητα



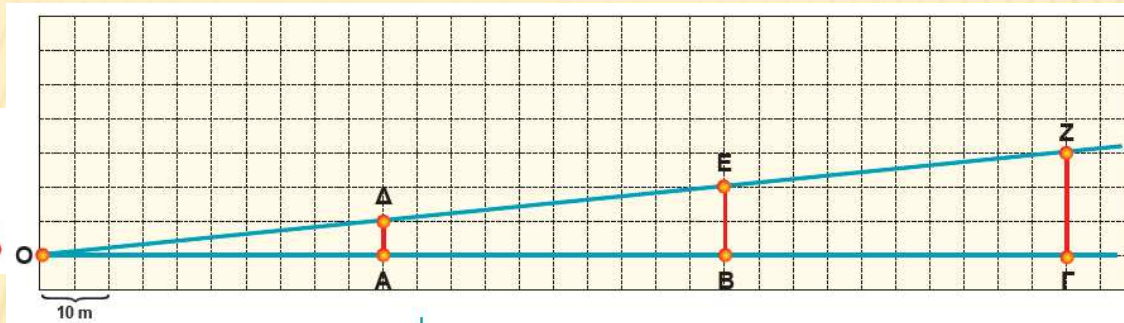
Η πινακίδα που βρίσκεται στο σημείο Ο πληροφορεί τον οδηγό του αυτοκινήτου πόσο ανηφορικός είναι ο δρόμος. Το ποσοστό 10% ή  $10/100 = 0,1$  σημαίνει ότι **η κλίση του δρόμου είναι 10%** δηλ. σε κάθε 100 m οριζόντιας απόστασης ανεβαίνουμε 10 m. Έτσι, π.χ. στο σημείο Α είναι  $OA = 50$  m και ανεβαίνουμε  $AD = 5$  m.

01 klisi\_efaptomeni.ggb

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

|            |              |                         |
|------------|--------------|-------------------------|
| $OA = 50$  | $AD = 5$     | $\frac{AD}{OA} =$       |
| $OB = 100$ | $BE =$       | $\frac{BE}{OB} =$       |
| $OG = 150$ | $\Gamma Z =$ | $\frac{\Gamma Z}{OG} =$ |

## 2<sup>η</sup> δραστηριότητα



Η πινακίδα που βρίσκεται στο σημείο Ο πληροφορεί τον οδηγό του αυτοκινήτου πόσο ανηφορικός είναι ο δρόμος. Το ποσοστό 10% ή  $10/100 = 0,1$  σημαίνει ότι **η κλίση του δρόμου είναι 10%** δηλ. σε κάθε 100 m οριζόντιας απόστασης ανεβαίνουμε 10 m. Έτσι, π.χ. στο σημείο Α είναι  $OA = 50$  m και ανεβαίνουμε  $A\Delta = 5$  m.

01 klisi\_efaptomeni.ggb

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

|            |                 |                             |
|------------|-----------------|-----------------------------|
| $OA = 50$  | $A\Delta = 5$   | $\frac{A\Delta}{OA} = 0,1$  |
| $OB = 100$ | $BE = 10$       | $\frac{BE}{OB} = 0,1$       |
| $OG = 150$ | $\Gamma Z = 15$ | $\frac{\Gamma Z}{OG} = 0,1$ |



## 2<sup>η</sup> δραστηριότητα

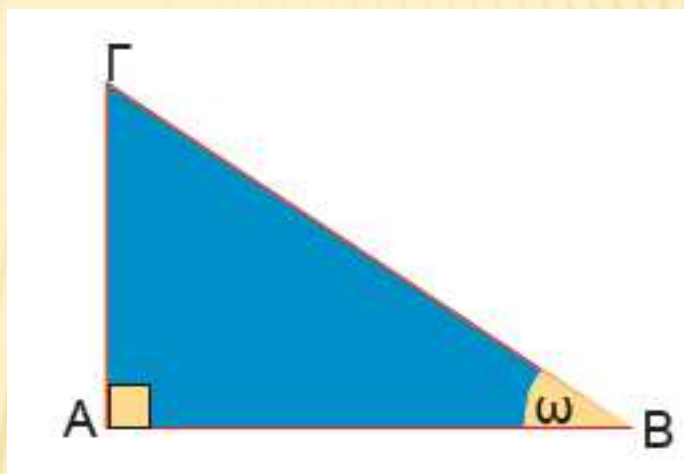


Ποιο πηλίκο (κλάσμα) παραμένει σταθερό όταν αυξομειώνουμε την απόσταση OA);

Όσο αυξομειώνεται η απόσταση OA, το πηλίκο  $\frac{AD}{OA}$  παραμένει σταθερό.

# Εφαπτομένη οξείας γωνίας

Τι παρατηρείτε λοιπόν ότι ισχύει στα ορθογώνια τρίγωνα;



Το **σταθερό** πηλίκο  $AG/AB$  λέγεται **εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$**  και συμβολίζεται με  **$\epsilon\phi\omega$** . Ειδικά, όταν αναφερόμαστε σε δρόμο, η εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$  ονομάζεται **κλίση** του δρόμου.

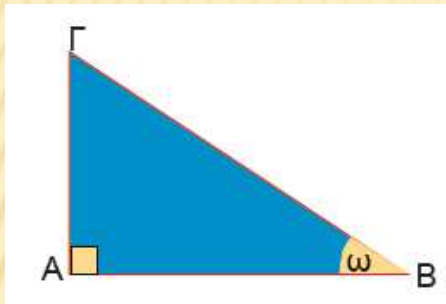
Δηλ.

$\epsilon\phi\omega =$

$$\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}$$

# Φύλλο εφαρμογής

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

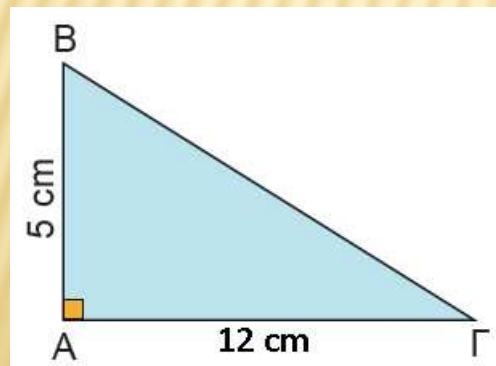


Σε κάθε ..... τρίγωνο ABΓ, με οξεία γωνία  $\omega$ , ο σταθερός λόγος  $AG/AB$  λέγεται ..... της γωνίας  $\omega$ . Ειδικά όταν αναφερόμαστε σε δρόμο, ο λόγος αυτός ονομάζεται ..... του δρόμου.

Ο σταθερός αυτός λόγος συμβολίζεται με ..... και γράφεται ως εξής:

$$\text{εφ}\omega = \underline{\hspace{10cm}}$$

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η



Στο διπλανό τρίγωνο ABΓ είναι  $\hat{A} = 90^\circ$ . Να υπολογίσετε τις εφαπτομένες των γωνιών B και Γ.

$$\text{εφ}\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{AG}{AB} = \frac{12}{5}$$

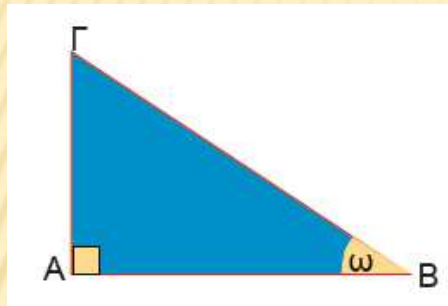
$$\text{εφ}\hat{\Gamma} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{AB}{AG} = \frac{5}{12}$$

Οι δύο  
εφαπτομένες  
είναι  
αντίστροφοι  
αριθμοί!



# Φύλλο εφαρμογής

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η

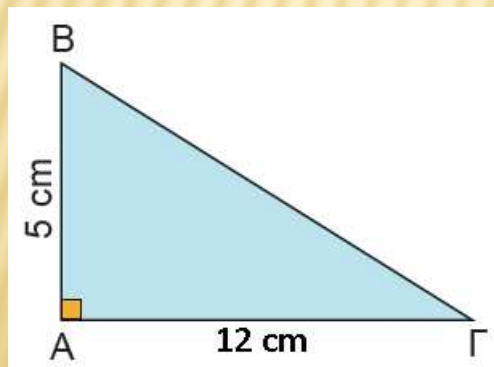


Σε κάθε ..... **ορθογώνιο** ... τρίγωνο ABΓ, με οξεία γωνία  $\omega$ , ο σταθερός λόγος  $AG/AB$  λέγεται ..... **εφαπτομένη** ..... της γωνίας  $\omega$ . Ειδικά όταν αναφερόμαστε σε δρόμο, ο λόγος αυτός ονομάζεται ..... **κλίση** ..... του δρόμου.

Ο σταθερός αυτός λόγος συμβολίζεται με **εφω** και γράφεται ως εξής:

$$\text{εφ}\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}$$

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η



Στο διπλανό τρίγωνο ABΓ είναι  $\hat{A} = 90^\circ$ . Να υπολογίσετε τις εφαπτομένες των γωνιών B και Γ.

$$\text{εφ}\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{AG}{AB} = \frac{12}{5}$$

$$\text{εφ}\hat{\Gamma} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{AB}{AG} = \frac{5}{12}$$

Οι δύο  
εφαπτομένες  
είναι  
αντίστροφοι  
αριθμοί!



# Ώρα για δράση!!!

---

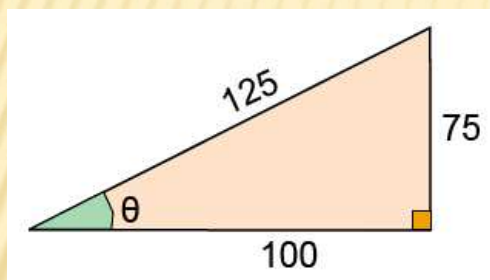




## Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (Α)

Α. Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη ΣΩΣΤΗ ή τη λέξη ΛΑΘΟΣ στα αντίστοιχα πλαίσια.

1. Η εφαπτομένη της γωνίας  $\theta$  είναι 0,75



(μονάδες 5)

2. Ο τύπος  $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}$

ισχύει σε οποιοδήποτε τρίγωνο

(μονάδες 5)

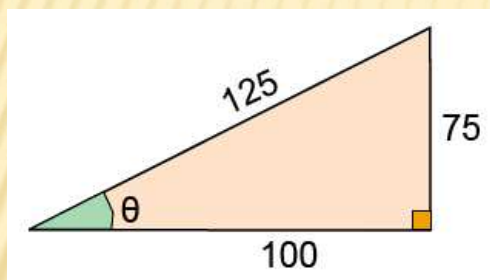




## Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (Α)

Α. Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη ΣΩΣΤΗ ή τη λέξη ΛΑΘΟΣ στα αντίστοιχα πλαίσια.

1. Η εφαπτομένη της γωνίας  $\theta$  είναι 0,75



**ΣΩΣΤΗ**

(μονάδες 5)

2. Ο τύπος  $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}$  ισχύει σε οποιοδήποτε τρίγωνο

**ΛΑΘΟΣ**

(μονάδες 5)



## Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (B)

β. Να βάλετε σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα (Α, Β, Γ, Δ) της σωστής απάντησης:

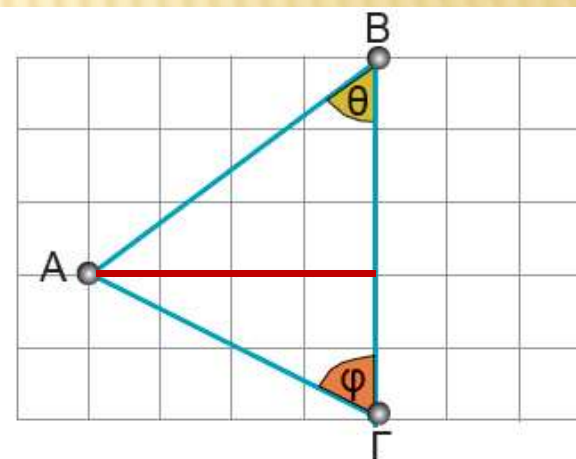
Στο διπλανό σχήμα είναι:

α)  $\varepsilon\varphi\theta = \dots\dots\dots$

Α:  $\frac{3}{4}$ , Β:  $\frac{4}{3}$ , Γ:  $\frac{4}{5}$ , Δ:  $\frac{3}{5}$ .

β)  $\varepsilon\varphi\varphi = \dots\dots\dots$

Α:  $\frac{4}{3}$ , Β:  $\frac{3}{4}$ , Γ:  $\frac{2}{4}$ , Δ: 2.



(μονάδες 5)





## Απαντήσεις του Φύλλου Ελέγχου (B)

β. Να βάλετε σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα (Α, Β, Γ, Δ) της σωστής απάντησης:

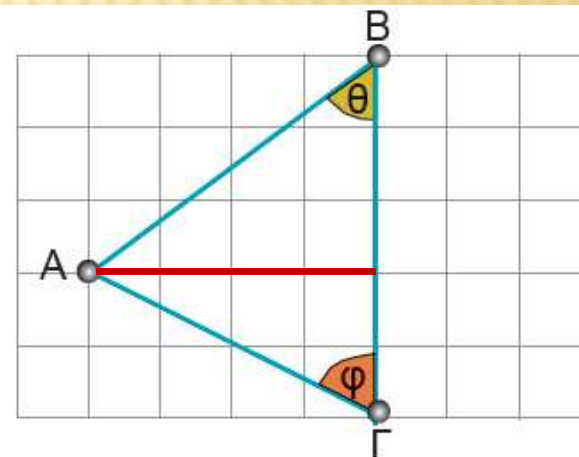
Στο διπλανό σχήμα είναι:

α)  $\varepsilon\phi\theta = \dots\dots\dots$

Α:  $\frac{3}{4}$ , Β:  $\frac{4}{3}$ , Γ:  $\frac{4}{5}$ , Δ:  $\frac{3}{5}$ .

β)  $\varepsilon\phi\varphi = \dots\dots\dots$

Α:  $\frac{4}{3}$ , Β:  $\frac{3}{4}$ , Γ:  $\frac{2}{4}$ , Δ: 2.



(μονάδες 5)

# Ανακεφαλαίωση

**ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ**

οξείας γωνίας







## Δραστηριότητα για το σπίτι



Το ανώτερο τμήμα της είναι πολύ απότομο και γι' αυτό, καλυμμένο με σκυρόδεμα. Η μέγιστη κλίση του δρόμου φτάνει το 35%, που σημαίνει ότι για κάθε 2,86 μέτρα, το υψόμετρο ανεβαίνει κατά 1 μέτρο.

Με βάση τη φωτογραφία να χαράξεις γραμμές, ώστε να μετρήσεις τα απαραίτητα μήκη για να προσδιορίσεις προσεγγιστικά την κλίση του δρόμου στο συγκεκριμένο τμήμα της φωτογραφίας.

Η οδός Baldwin σε ένα τμήμα προαστίου της πόλης Dunedin της **Νέας Ζηλανδίας**, θεωρείται ο πιο απότομος κατοικημένος δρόμος στον κόσμο. Πρόκειται για μια μικρού μήκους ευθεία (κάτι λιγότερο από 350 μέτρα). Φτάνει στα 30 μέτρα πάνω από το επίπεδο της θάλασσας, στη διασταύρωσή της με την North Road και στα 100 μέτρα πάνω από το επίπεδο της θάλασσας στην κορυφή της, με ιδιαίτερα μεγάλη κλίση.