

# 2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ



## ΕΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- 2.1 Η εξίσωση  $ax + b = 0$
- 2.2 Εξισώσεις 2ου βαθμού
- 2.3 Προβλήματα εξισώσεων 2ου βαθμού
- 2.4 Κλασματικές εξισώσεις
- 2.5 Ανισότητες - Ανισώσεις με έναν άγνωστο

Γενικές ασκήσεις 2ου κεφαλαίου

Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση



## 2.1 Η εξίσωση $ax + \beta = 0$



- ✓ *Θυμάμαι πώς λύνονται οι εξισώσεις πρώτου βαθμού.*
- ✓ *Αναγνωρίζω αν μια εξίσωση έχει μοναδική λύση ή είναι αδύνατη ή είναι ταυτότητα.*



### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ένας ταχυδρόμος ξεκινάει από το χωριό A και αφού επισκεφθεί διαδοχικά τα χωριά B και Γ, επιστρέφει στο χωριό A. Η διαδρομή BΓ είναι 1 km μεγαλύτερη από την AB και η ΓΑ είναι 1 km μεγαλύτερη από τη ΒΓ.

Μπορείτε να υπολογίσετε πόσο απέχουν τα χωριά μεταξύ τους ανά δύο, αν γνωρίζετε ότι η συνολική απόσταση που διήνυσε ο ταχυδρόμος ήταν:

- α) 15 km;
- β) το τριπλάσιο της πρώτης διαδρομής;
- γ) το τριπλάσιο της δεύτερης διαδρομής;



Στην προηγούμενη τάξη μάθαμε να λύνουμε εξισώσεις, όπως  $3x = 12$ ,  $-4y + 11 = 0$ , κ.τ.λ. Στις εξισώσεις αυτές υπάρχει ένας άγνωστος και ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου είναι ο αριθμός 1. Σε καθεμιά από τις προηγούμενες περιπτώσεις λέμε ότι έχουμε **εξίσωση 1ου βαθμού με έναν άγνωστο (πρωτοβάθμια εξίσωση)**.

Η εξίσωση  $3x = 12$ , της οποίας ο συντελεστής του αγνώστου είναι διάφορος του μηδενός επαληθεύεται για **μία μόνο** τιμή του αγνώστου, την  $x = 4$ . Ο αριθμός 4, που επαληθεύει την εξίσωση  $3x = 12$ , ονομάζεται **λύση** ή **ρίζα** της εξίσωσης.

Υπάρχουν όμως και εξισώσεις, όπως οι  $0x = -3$  ή  $0x = 0$ , στις οποίες ο συντελεστής του αγνώστου είναι μηδέν.

Η εξίσωση  $0x = -3$  δεν επαληθεύεται για καμιά τιμή του  $x$ , αφού το γινόμενο  $0x$  είναι πάντοτε ίσο με το μηδέν και δεν είναι δυνατόν να είναι ίσο με  $-3$ . Μια τέτοια εξίσωση, που δεν έχει λύση, ονομάζεται **αδύνατη**.

Η εξίσωση όμως,  $0x = 0$  επαληθεύεται για οποιαδήποτε τιμή του  $x$  και ονομάζεται **ταυτότητα** ή **αόριστη**.

Από τα προηγούμενα παραδείγματα συμπεραίνουμε ότι:

- Αν  $a \neq 0$ , τότε η εξίσωση  $ax + \beta = 0$  έχει **μοναδική λύση** την  $x = -\frac{\beta}{a}$ .
- Αν  $a = 0$ , τότε η εξίσωση  $ax + \beta = 0$  γράφεται  $0x = -\beta$  και
  - αν  $\beta \neq 0$ , δεν έχει λύση (**αδύνατη**), ενώ
  - αν  $\beta = 0$ , κάθε αριθμός είναι λύση της (**ταυτότητα** ή **αόριστη**).



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1 Να λυθεί η εξίσωση  $\frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{6} = x+1$

### Λύση

- Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
- Απαλείφουμε τους παρονομαστές.
- Κάνουμε τις πράξεις και βγάζουμε τις παρενθέσεις.
- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.
- Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
- Διαιρούμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με τον συντελεστή του αγνώστου.

$$\begin{aligned}\frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{6} &= x+1 \\ 6 \cdot \frac{x-1}{2} - 6 \cdot \frac{2x+1}{6} &= 6 \cdot x + 6 \cdot 1 \\ 3(x-1) - (2x+1) &= 6x+6 \\ 3x-3-2x-1 &= 6x+6 \\ 3x-2x-6x &= 6+3+1 \\ -5x &= 10 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{10}{-5} \\ x &= -2\end{aligned}$$

Άρα η εξίσωση έχει μοναδική λύση την  $x = -2$

2 Να λυθούν οι εξισώσεις:

α)  $3(x+2) - 3 = 3x+5$

β)  $2(x-1) - x = x-2$

### Λύση

$$\begin{aligned}\alpha) \quad 3(x+2) - 3 &= 3x+5 \\ 3x+6-3 &= 3x+5 \\ 3x-3x &= 5-6+3 \\ 0x &= 2\end{aligned}$$

Η εξίσωση αυτή δεν επαληθεύεται για καμία τιμή του  $x$ , οπότε είναι **αδύνατη**.

$$\begin{aligned}\beta) \quad 2(x-1) - x &= x-2 \\ 2x-2-x &= x-2 \\ 2x-x-x &= 2-2 \\ 0x &= 0\end{aligned}$$

Η εξίσωση αυτή επαληθεύεται για κάθε τιμή του  $x$ , οπότε είναι **ταυτότητα**.



## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση της στήλης Α το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $3x = 7$	1. Έχει μοναδική λύση
β. $0x = 0$	2. Είναι αδύνατη
γ. $0x = 5$	3. Είναι ταυτότητα
δ. $5x = 0$	

α	β	γ	δ

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Η εξίσωση  $\frac{1}{3}x = 2$  έχει λύση την  $x = 6$ .

β) Η εξίσωση  $4x = 0$  είναι αδύνατη.

γ) Η εξίσωση  $0x = 0$  έχει λύση οποιονδήποτε αριθμό.

δ) Η εξίσωση  $0x = 6$  έχει λύση την  $x = 6$ .

ε) Η εξίσωση  $5(x + 1) = 5x + 5$  είναι ταυτότητα.



### ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $-3(x + 2) - 2(x - 1) = 8 + x$

β)  $4y - 2(y - 3) = 2y + 1$

γ)  $5(-\omega + 2) - 4 = 6 - 5\omega$

δ)  $(2x + 1)^2 + 5 = 4(x^2 - 10)$

2 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{6} = x - \frac{1}{3}$

β)  $\frac{y+5}{5} - \frac{y}{2} = 1 - \frac{3y}{10}$

γ)  $\frac{2(\omega-1)}{3} - \frac{\omega+1}{2} = \frac{\omega-5}{6}$

δ)  $0,2(3x - 4) - 5(x - 0,4) = 0,4(1 - 10x)$

3 Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττούμενο κατά 5 είναι ίσο με το μισό του αριθμού αυξημένο κατά 10. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;

4 Ρώτησαν κάποιον πόσα ευρώ έχει στο πορτοφόλι του κι εκείνος απάντησε: «Αν είχα όσα έχω και τα μισά ακόμα και δέκα παραπάνω, θα είχα εκατό». Μπορεί, άραγε, με τα χρήματα αυτά να αγοράσει ένα παντελόνι που κοστίζει 65 €;

5 Ο καθηγητής των Μαθηματικών είπε στους μαθητές του:

- Σκεφτείτε έναν αριθμό και διπλασιάστε τον.
- Στο αποτέλεσμα να προσθέσετε τον αριθμό 10.
- Το άθροισμα που βρήκατε να το διαιρέσετε με το 2 και από το πηλίκο να αφαιρέσετε τον αριθμό που σκεφτήκατε αρχικά.
- Κάθε μαθητής πρέπει να έχει βρει αποτέλεσμα τον αριθμό 5, ανεξάρτητα από ποιον αριθμό σκέφτηκε αρχικά.

Μπορείτε να εξηγήσετε τον ισχυρισμό του καθηγητή;

6 Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη Α και κινείται προς την πόλη Β με μέση ταχύτητα 16 km/h. Μια ώρα αργότερα, μια φίλη του ξεκινά από την πόλη Β και με μέση ταχύτητα 12 km/h κινείται προς την πόλη Α για να τον συναντήσει. Αν η απόσταση των δύο πόλεων είναι 44 km, σε πόσες ώρες από την εκκίνηση του ποδηλάτη θα συναντηθούν;

